ser Totzeit eine Auswirkung auf die Regelgröße haben. Der obere Prädiktionshorizont ist so zu wählen, dass die wesentliche Dynamik des Prozessmodells erfasst werden kann. Der prädizierte Regelgrößenverlauf ist abhängig vom Stellgrößenverlauf $\boldsymbol{u}(\cdot\,|k)$, welcher optimal zu wählen ist. Um die Anzahl der zu optimierenden Parameter zu begrenzen, wird für $\boldsymbol{u}(\cdot\,|k)$ die zusätzliche strukturelle Annahme getroffen, dass sich $\boldsymbol{u}(\cdot\,|k)$ ab dem Zeitpunkt $k + N_u - 1$ nicht mehr ändert, d. h. $\boldsymbol{u}(k + N_u + j\,|k) = \boldsymbol{u}(k + N_u - 1\,|k)$ für alle $j \geq 0$ gilt. Der maximal sinnvolle Stellhorizont N_u beträgt dabei N_2 verringert um die Streckentotzeit, da weiter in der Zukunft liegende Stellgrößen für kausale Systeme offensichtlich keinen Einfluss auf $\boldsymbol{y}(\cdot\,|k)$ im Prädiktionshorizont besitzen.
Die Quantifizierung der Abweichung des Regelgrößenverlaufs und der Referenztrajektorie erfolgt durch die skalare Kostenfunktion J, wobei in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle die quadratische (Halb-)Norm $\| \boldsymbol{s} \|_{\boldsymbol{A}}^2 = \boldsymbol{s}^T \boldsymbol{A} \boldsymbol{s}$ verwendet wird (andere Vektornormen sind jedoch ebenfalls anwendbar). Damit ergibt sich die Kostenfunktion

$$
\begin{aligned}
J(\boldsymbol{u}(\cdot\,|k)) = & \left\| \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}(k+N_1\,|k) \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}(k+N_2\,|k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \boldsymbol{r}(k+N_1\,|k) \\ \vdots \\ \boldsymbol{r}(k+N_2\,|k) \end{bmatrix} \right\|_{\boldsymbol{Q}}^2 \\
& + \left\| \begin{bmatrix} \Delta\boldsymbol{u}(k\,|k) \\ \vdots \\ \Delta\boldsymbol{u}(k+N_u-1\,|k) \end{bmatrix} \right\|_{\boldsymbol{R}}^2
\end{aligned}
\tag{10.1}
$$

Da die Wichtungsmatrizen $\boldsymbol{Q}$ und $\boldsymbol{R}$ zu Diagonalmatrizen gewählt werden, deren Einträge wiederum Parameter der MPR sind, ergibt sich

$$
\begin{aligned}
J = & \sum_{i=N_1}^{N_2} \| \boldsymbol{y}(k+i\,|k) - \boldsymbol{r}(k+i\,|k) \|_{\boldsymbol{Q}(i)}^2 \\
& + \sum_{i=0}^{N_u-1} \| \Delta\boldsymbol{u}(k+i\,|k) \|_{\boldsymbol{R}(i)}^2
\end{aligned}
\tag{10.2}
$$

Alle Einträge von $\boldsymbol{Q}$ und $\boldsymbol{R}$ sind größer oder gleich Null, d. h. $\boldsymbol{Q}$ und $\boldsymbol{R}$ sind positiv semidefinit. Sind alle Einträge strikt positiv, so ist $\| \boldsymbol{s} \|_{\boldsymbol{A}}$ eine Norm, ansonsten eine Halbnorm. Die Berücksichtigung der Stellgrößenänderungen $\boldsymbol{\Delta u}(\cdot\,|k)$ hat das Ziel, große Stellgrößenschwankungen zu vermeiden und somit die aufzuwendende Stellenergie (die wiederum direkte Produktionskosten verursacht) zu begrenzen. Die Berechnung der optimalen Stellgrößenfolge ergibt sich aus der Minimierung von J, d. h.

$$\boldsymbol{u}(\cdot\,|k)_{opt} = \arg\min_{\boldsymbol{u}(\cdot\,|k)} J(\boldsymbol{u}(\cdot\,|k)) \tag{10.3}$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{x}(k+j+1\,|k) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(k+j\,|k),\ \boldsymbol{u}(k+j\,|k))\\
&\boldsymbol{y}(k+j\,|k) = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}(k+j\,|k),\ \boldsymbol{u}(k+j\,|k))\\
&\boldsymbol{u}(k+j\,|k) = \boldsymbol{u}(k+j-1\,|k) + \boldsymbol{\Delta u}(k+j\,|k)\\
&\boldsymbol{g}_{in}(\boldsymbol{x}(k+j\,|k),\ \boldsymbol{y}(k+j\,|k),\ \boldsymbol{u}(k+j\,|k),\ \boldsymbol{\Delta u}(k+j\,|k)) \leq \boldsymbol{0}\\
&\boldsymbol{g}_{eq}(\boldsymbol{x}(k+j\,|k),\ \boldsymbol{y}(k+j\,|k),\ \boldsymbol{u}(k+j\,|k),\ \boldsymbol{\Delta u}(k+j\,|k)) = \boldsymbol{0} \quad .
\end{aligned}$$

Dabei ist das für die Prädiktion verwendete Prozessmodell durch die Funktionen $\boldsymbol{f}$ und $\boldsymbol{h}$ gegeben, und die Funktionen $\boldsymbol{g}_{in}$ und $\boldsymbol{g}_{eq}$ bezeichnen die zu berücksichtigenden Nebenbedingungen, welche sich durch Beschränkungen der Stell-, Zustands- und Ausgangsgrößen ergeben.
Der prädiktive Regler gibt zu jedem Abtastschritt nur den ersten Wert $\boldsymbol{u}(k\,|k)_{opt}$ der optimalen Stellfolge an den Prozess aus. Im folgenden Abschnitt wird die Berechnung von $\boldsymbol{u}(\cdot\,|k)_{opt}$ wiederholt, wobei das Zeitfenster, über das die Kostenfunktion gebildet wird, um einen Abtastschritt verschoben wird (Prinzip des zurückweichenden Horizonts). Damit ergibt sich die in Bild 10-2 dargestellte Regelungsstruktur.

10.3 Lineare MPR

Der Begriff lineare MPR wird verwendet, wenn das zur Prädiktion verwendete Prozessmodell linear ist und ist nicht zu verwechseln mit einem linearen Verhalten des Reglers. Trotz eines linearen internen Modells ist dessen Verhalten bei einer Berücksichtigung von Nebenbedingungen in der Optimierung nichtlinear.